



1. はじめに

切削加工は製造業にとって最も重要な生産技術のうちのひとつである。日本では長年にわたって数多くの先端的な研究開発が展開されており、世界的に見てもトップレベルの技術を保有しているのは言うまでもない。切削加工の研究開発の歴史の中で、極めて解決が困難であると認識されてきた課題の一つに“びびり振動”の問題が挙げられる。図1は旋削加工中に自励びびり振動が発生した工作物の典型例を示している。このように、びびり振動が発生すると仕上げ面性状が劣化するため製品の品質を低下させるとともに、工具や時には機械の損傷をも引き起こして問題となる。加えて、その対策は生産性の低下を招くことが多く、その問題の重要性が広く認識されている。研究としても国内外において古くから取り組まれている。自励びびり振動の発生メカニズムはすでに半世紀以上に明らかにされており、最初に切削機構が単純な突切り加工に対する解析モデルが構築されている¹⁾。その後、1990年代にエンドミル加工の解析モデル²⁾が確立されてからは、回転工具を用いる場合の安定限界解析が可能となり、多くの応用的な研究が展開されている。なお、この応用的なフェーズに移行してからは、この問題を扱う日本人研究者は比較的少なくなり、現在では、びびり振動の研究分野では海外にやや後れを取っている感がある。しかし、昨今の生産コスト競争の激化によって高能率切削に対する要求が高まる中で、工作機械技術や工具技術が飛躍的に向上したことにより、びびり振動が生産性向上のボトルネックとなるケースが増加している。このため、“びびり振動”が再び国内の製造

業において注目を集めつつある。一方、びびり振動の研究分野では、解析技術の進歩によって現在では比較的容易に安定限界解析を行うことができ、これを実現する実用的な解析ツールや自動回避を行う工作機械までもが市販化されている。本稿では、この機会に改めて切削加工におけるびびり振動について基礎的な解説を示すとともに、応用的な解析や回避手法などを紹介したい。

2. びびり振動の分類

切削加工におけるびびり振動(Chatter vibration)とは、切削加工中に発生する不要な振動の総称をさす。低剛性・低減衰性の工具や工作物、その他の機械構造を用いる切削加工では特にびびり振動が発生しやすく、図1の例で示すように仕上げ面性状の劣化や、工具の異常損耗、機械構造の破壊などを引き起こしてたびたび問題となる。びびり振動はその発生機構から自励型と強制型に分類することができ、これらを抑制・回避するには、各々のメカニズムに対応した適切な対処が必要となる。

表1にびびり振動の分類を簡単にまとめる³⁾⁴⁾。自励びびり振動は、加工プロセスと機械構造の伝達特性が関与して発生する不安定現象である。主に、“再生効果”と“モードカップリング”がこれを引き起こす原因となり得ることが知られている。“再生効果”とは、前加工面の振動が切り取り厚さ変動に関与してしまうプロセスであり、ほとんどの切削様式で影響する。また、“モードカップリング”は、複数の振動モードが連成する現象であり、主に回転工具を用いる場合で問題となり得る。自励びびり振動はいったん発生すると大きな振動に成長することが多く実用上問題になりやすい。このため、自励びびり振動を対象とした研究は数多く行われており、旋削加工やエンドミル加工ブ



図1 旋削加工で発生したびびり振動の典型例

表1 びびり振動の主な分類

種類	主な原因
自励びびり振動	<ol style="list-style-type: none"> 1. 再生効果(前加工面が切り取り厚さ変動に関与するプロセス) 2. モードカップリング(複数の振動モードの連成振動)
強制びびり振動	<ol style="list-style-type: none"> 1. 力外乱(断続切削や切り取り厚さ変動による切削力変動など) 2. 変位外乱(モータや歯車などに起因する振動、地面から伝わる振動、動作流体の脈動、暗振動など)

ロセスなど、さまざまな切削様式に対応した解析手法⁵⁾⁶⁾が開発されている。基本的に、機械構造の高剛性が直接的な対策となるが、その他、自励振動が生じにくい安定な主軸回転数を利用する方法や不等ピッチ工具による対策⁷⁾などさまざまな回避手段が提案されている。なお、他のメカニズムに起因して生じる自励振動についても報告があるが、ここでは省略する。

強制びびり振動は、主に何らかの強制振動源に起因する力外乱や変位外乱によって発生する。基本的に、単純な旋削加工を除くほとんどの切削プロセス（例えばエンドミル加工）では断続的なプロセスを伴う。このため、周期的な切削力変動などの力外乱が生じて、このタイプの強制びびり振動が問題となることが多い。切削プロセスが関与するため、加工条件の改善などによるさまざまな対策が有効となる。一方、モータや歯車、その他外部振動源から伝わる振動などの変位外乱に起因する場合もある。高精度加工や超精密加工のように優れた仕上げ面性状や精度を追及するような加工等で問題となることが多いが、各々の振動源に対して対策を施すか、振動の伝達を断つしか根本的な対策はなく、地道な努力を要することが多いように思われる。

以上で述べたように、自励びびり振動と強制びびり振動はそれぞれ異なるメカニズムに起因することから、その対処も基本的に異なることが多い。実際の生産では、自励型と強制型の両方を同時に回避することが求められることから、適切な対応を検討するにはそれぞれの現象と特徴を良く理解する必要がある。そこで、本稿（前編）ではまず自励びびり振動の基礎的な解析理論について説明し、その特徴を述べる。次稿（後編）では、強制びびり振動の解析や特徴について説明し、自励型と強制型の両方を同時に回避するための指針やその他の応用的な内容について解説する。

3. 自励びびり振動の基礎的な解析理論

3.1 旋削加工の自励びびり振動

最も単純な旋削機構として、突切り加工を考える。図2に自励びびり振動を伴う場合のプロセスの模式図を示す。ここでは、ワーク構造側の x 軸方向の剛性が他の機械構造に比べて柔軟である場合を考える。図に示すように被削材と工具間の相対変位に変動が生じると、切込みが変動して仕上げ面に転写される。一回転前に加工された面と現在の相対位置との差が切取り厚さとなるため、一回転前の切込みの変動は切取り厚さ変動に影響する。これを“再生効果”と呼ぶ。そして、再生効果によって生じる切取り厚さ変動は切削力の変動を引き起こし、これが再び機械構造を加振して切取り厚さ変動を生じる。このようにプロセスは再生効果によって閉じたループを形成しており、これが不安定となって自励振動を生じてしまう場合がある。この不安定現象は“再生型”の自励びびり振動に分類される。一般に、多くの切削様式では“回転運動”と“送り動作”を組み合わせるため、回転ごとに一度加工した仕上げ面を再び加工する。このため、ほとんどの切削加工では再生効果

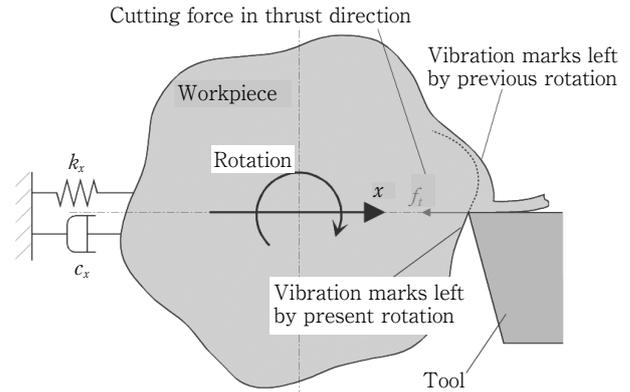


図2 自励びびり振動を伴う突切り切削プロセスの模式図

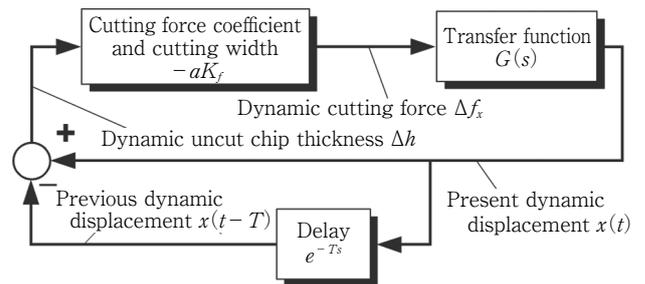


図3 突切り加工プロセスのブロック線図

に起因して自励びびり振動が生じる可能性がある。

突切り切削における自励びびり振動の発生機構は、図3に示すブロック線図を用いて表すことができる。このフィードバックループを形成している、振動変位と切取り厚さの関係、切取り厚さと切削力の関係、切削力と振動変位との関係をそれぞれモデル化することにより、プロセスを定式化することができる。そして、このシステムの安定判別を行うことで自励びびり振動の安定限界解析を行うことができる。その結果に基づき、適切な加工条件を選択することにより効率よく自励びびり振動を回避することが可能となる。定式化の詳細については省略するが、最も簡易的なモデルで定式化した場合の安定限界切削幅 a_{lim} （安定・不安定の境界条件であり、これより切削幅が小さいと安定となり、大きいと不安定振動が生じる）は次式で表される。

$$a_{lim} = \frac{-1}{2K_f G_R(i\omega_c)} \quad (1)$$

比切削抵抗を K_f 、機械構造の伝達関数 G の実部を G_R 、びびり振動の角振動数を ω_c で表す。このように、比切削抵抗と伝達関数が既知であれば、対応する安定限界を求めることができる。

この定式化に基づいて、安定限界条件の解析を行った事例を図4に示す。上段の図は自励びびり振動の安定限界切削幅、中段はびびり振動の周波数、下段は位相差（現在と一回転前の振動における位相差）である。図中の安定限界切削幅の上側は不安定領域、下側は安定領域を示す。図から、主軸回転数に依存して安定限界条件が周期的に変動することが分かる。このように、安定限界条件と主軸回転

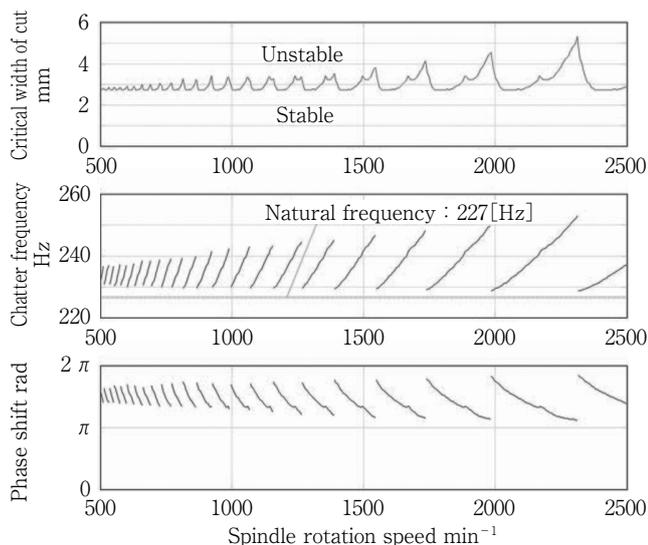


図4 突切り加工における安定限界の解析例
比切削抵抗 1.3 GPa, 分力比 0.4, 機械構造の共振周波数 227 Hz

数には密接な関係があり、適切な主軸回転数条件を選択することができれば安定となる効率の良い条件（安定ポケット）を利用できる。この周期的に生じる特徴的な安定ポケットは、主軸回転数が共振周波数と同期する条件で生じるという特徴をもつ。この現象は次のように理解できる。びびり振動は動コンプライアンスの大きい共振近傍の周波数で発生する。主軸回転数が共振周波数に同期する（回転数の整数倍が共振周波数と一致する）場合、一回転前と現在の振動は同期する。このため、振動が発生しても位相が同期して切取り厚さには変動が生じない。その結果、共振周波数の整数分の一となる主軸回転数条件では、原理的に自励びびり振動が生じにくい。逆に、共振周波数を調べることで安定な回転数条件を大まかに推定することができる。

なお、突切り加工の安定限界解析は伝達関数のベクトル線図を用いて説明されることも多い。前述の解析に利用した伝達特性のベクトル線図を図5に示す。ここで、安定限界の条件を考える。ある単位切削力入力によって生じる振動ベクトルが $X/F(=G_R+iG_I)$ で表されるとする。一回転前の振動のベクトルは $e^{-i\epsilon}X/F$ で表される。つまり、その大きさは振動ベクトル X/F と同じであり、位相が ϵ だけ異なる。そして、二つの差は切取り厚さ変動を表すベクトルであり、臨界条件ではこの切取り厚さ変動の $a_{lim}K_f$ 倍が切削力変動となる。これが元の単位切削力入力と一致するため、図中の切取り厚さ変動ベクトルの大きさは $1/a_{lim}K_f$ となる。図中の各振動ベクトルは虚軸に対称であり、図から、式(1)を導くことができる。この図的解法からも、安定限界切削幅は伝達関数の実部 G_R のみによって決定され、虚部 G_I は直接的に影響しないことが分かる。また、伝達関数の負実部が最大となる条件で安定限界が最小となり、逆に実部が正となる条件では不安定となり得ないことが分かる。例えば、2次遅れ系の振動モデルの場合、動コンプライアンスが最大となる周波数付近では位相遅れ ϕ が90度となり、伝達関数の実部はゼロとなる。

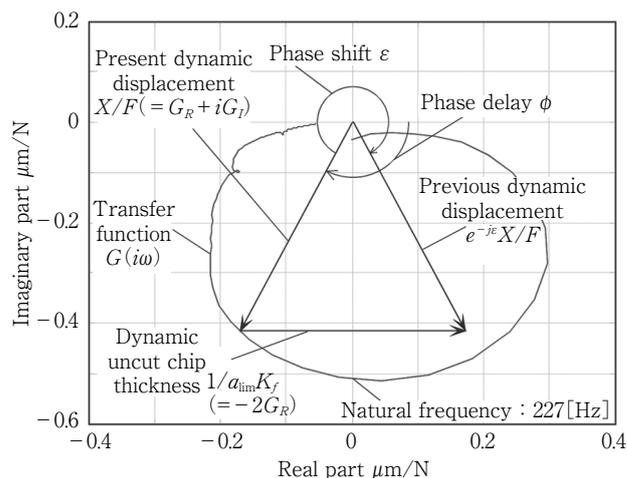


図5 伝達関数のベクトル線図による図的解法

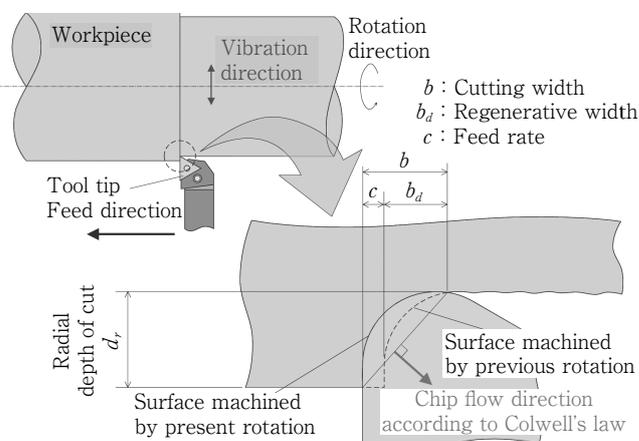


図6 旋削加工における切削幅と再生幅の関係

このため、突切り加工の場合、共振周波数（図の例では227 Hz）ではびびり振動は発生しにくい。これは図4に示すびびり振動の周波数の解析結果とも現象が一致していることが分かる。このように、図的解法はびびり振動のさまざまな特徴を理解する上で優れた方法である。

以上の考え方を拡張し、一般的な旋削加工（外周加工）の自励びびり振動について考える。なお、振動は背分力方向（半径方向）に発生すると仮定する。図6の模式図に示すように、突切り加工と異なり、一定の切込み d_r を与えてそれに垂直な方向に送り運動を与えながら加工を行う。このため、一回転前の加工面と重複する切削領域（図中の再生幅 b_d で表される領域）は全切削領域（図中の切削幅 b で表される領域）の一部となり、再生効果の影響が小さくなる。また、その比率は加工条件に依存する。例えば、相対的に切込みが小さく送りが大きい条件で自励びびり振動が発生しにくくなることが一般に知られているが、これは、切削幅 b_d が狭くなって再生効果の影響が小さくなるためである。また、図に示すように、通常の旋削加工では工具形状や切削断面の形状等に依存して切りくずの流出方向が変化し、これに伴い切削力の生じる方向も変化する。

る⁸⁾。これは、加工条件に依存して背分力方向と送り分力方向の比切削抵抗が変化することを意味している。例えば、外周加工の場合に切込みが大きく送りが小さい条件では自励びびり振動が発生しにくくなるが、これは、図中の矢印で示す切りくずの流出方向が回転軸方向に傾斜することで、比切削抵抗の切込み方向（背分力方向）成分が小さくなるためである。以上で述べたように、再生効果と比切削抵抗の影響が加工条件に依存するため、その安定限界解析ではこれらをモデル化する必要がある、突切り加工と比較して少し複雑な手順を要することになる⁹⁾。ただし、共振周波数と主軸回転数の関係など、基本的な特徴は突切り加工と大きく変わらない。

3.2 エンドミル加工の自励びびり振動

びびり振動を伴うエンドミル加工プロセスの模式図を図7に示す。エンドミル加工では各切れ刃が切削した仕上げ面を次の切れ刃がさらに削り取るため、旋削加工と同様、“再生効果”が生じる。すなわち、図に示すように、前刃の加工面に残った起伏を現在の刃が振動しながら削ることにより切り厚さが変動し、これに同期して生じる切削力の変動によって、工具や被削材などの機械構造が加振されて再び振動を生じながら切削を行う。このサイクルを繰り返す過程で振動振幅が成長する場合に自励振動が発生する。

また、エンドミル加工のように回転工具を用いる場合には刃先の回転位置が変化するため、切削力の変動を引き起こす振動方向（切込方向）が特定の方向に定まらずに変化する。このような加工プロセスでは、複数方向に生じる振動と切削力の変動がお互いの方向に影響しあう“モードカップリング”という現象が生じ、この影響で不安定振動に成長する場合がある。これは回転工具を用いる加工プロセス特有の現象であり、前節で述べた旋削加工はこれに当てはまらない。また、お互いの振動モードで影響しあうことから、それぞれの振動モードの共振周波数が一致する場合にその影響が大きくなる。例えば、軸対称形状の被削材やエンドミル等を用いる場合では、その軸のたわみ振動が直交する2方向で類似した振動モードとなり、共振周波数が

ほぼ一致するため“モードカップリング”の影響が大きい。このため、エンドミル加工では一般に再生効果とモードカップリングが同時に影響して自励びびり振動が発生する。著者の経験では、現象が直感的に理解しやすい再生効果と対照的にモードカップリングは意識されることが少ないように思われるが、この影響は決して小さくない。例えば、不等ピッチ工具等の応用的な手法を利用して再生効果を実質的に打ち消すことができたとしても、回転工具を用いる加工では“モードカップリング”の影響によって不安定振動が発生することがある。

図8に再生効果とモードカップリングを考慮したエンドミル加工プロセスのブロック線図と、各状態および伝達特性の参考例を示す。図に示されるように、旋削加工とはほぼ同様の構成になるが、旋削加工が1自由度モデルで定式化できるのに対し、エンドミル加工では2自由度以上のモデルでの定式化が必要となる。また、切り厚さと切削力の変動を関連付ける切削力係数行列 $[A]$ の定式化は最も重要である。振動と切削力変動の関係は、切れ刃の回転位置に依存するため、本来、切削力係数行列は図に示すように周期変動する時間依存の関数となる。すなわち、切削力変動は1つ以上の周波数成分の複合波となることを意味している。しかし、多くの場合この切削力変動の複雑な周期性を考慮する必要はないことが明らかにされている。これは、機械構造の伝達特性がバンドパスフィルタの役割をして、結局、共振周波数付近の単一周波数成分の振動のみが生じることが多いためである¹⁰⁾。その結果、上述の切削力係数行列はその直流成分のみを考慮して定式化することができるため、その安定限界についても単純な定式化に基づ

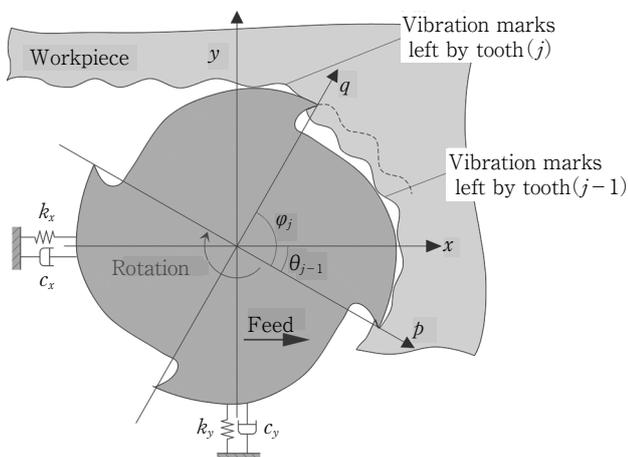


図7 自励びびり振動を伴うエンドミル加工プロセスの模式図

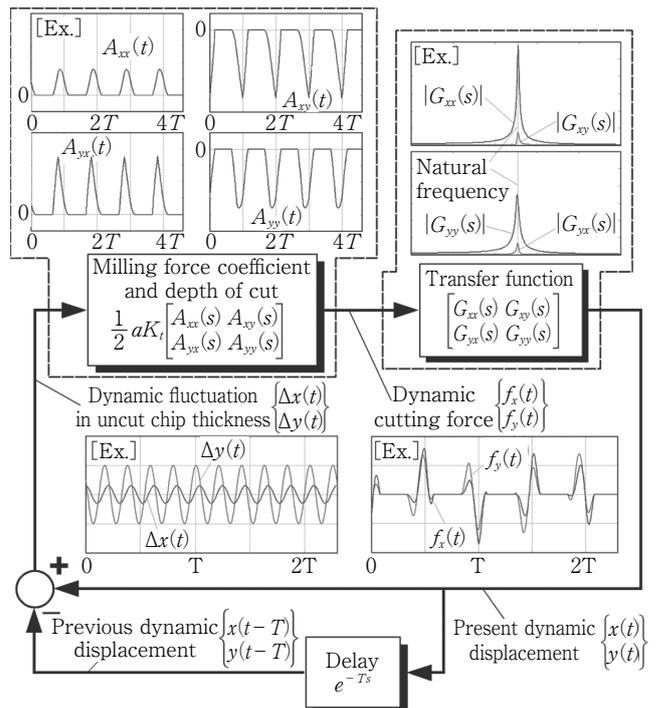


図8 エンドミル加工プロセスのブロック線図

いて求めることができる。一般的な定式化に基づく安定限界切込み a_{lim} を式 (2) に示す。

$$a_{lim} = -\frac{A_R}{K_t} \left[1 + \left(\frac{A_t}{A_R} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$\det[I + \Lambda[A_0][G(i\omega_c)]] = 0 \quad (3)$$

なお、 Λ は式 (3) の固有値問題を解くことで求められる変数であり、 K_t は主分力方向の比切削抵抗、 $[A_0]$ は切削力係数行列の直流成分、 $[G(i\omega_c)]$ は伝達関数行列、 ω_c はびびり振動の角振動数を示している。切削力係数行列は加工条件に基づいて幾何学的に定式化されており、容易に算出することができる。したがって、旋削加工の場合と同様、比切削抵抗と伝達関数を求めることで安定限界の解析を行うことができる。

安定限界について解析を行った事例を図 9 に示す。上段の図からそれぞれ、自励びびり振動における安定限界切込み、びびり振動の周波数、および位相差を示している。旋削加工の場合と同様に、図から、主軸回転数の変化に伴い安定限界切込みやびびり振動の周波数、位相差が周期的に変動することが分かる。安定ポケットが生じる主軸回転数と共振周波数との関係は前述した突切り加工の場合と同様であり、適切な主軸回転数条件を選択することにより効率的な切込み条件を利用することができる。なお、突切り加工では共振周波数で自励びびり振動が発生しにくいことを説明したが、エンドミル加工では共振周波数でもびびり振動が発生することがあり、位相差の変化幅も大きくなる。これは、モードカップリングの影響を受けるプロセスの特徴である。

なお、半径方向切込みが小さい条件（浅切込み）では切

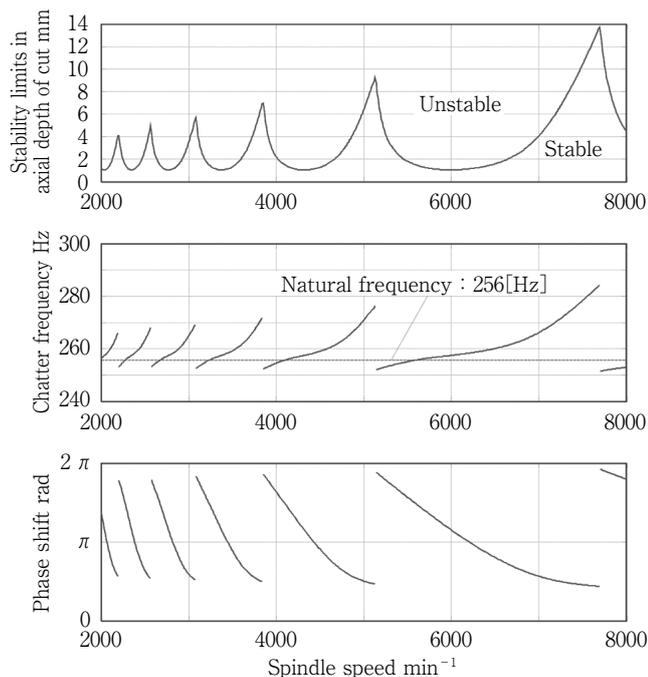


図 9 エンドミル加工における安定限界の解析例
比切削抵抗 1.3 GPa, 分力比 0.4, 1 枚刃, 半径方向切込み $D/2$

れ刃と被削材の接触する時間が短くなるため、切削力係数行列 $[A]$ はパルス状に周期変動する時間関数となる。このため、その周期性の影響を無視できなくなり、上述した簡易的に直流成分 $[A_0]$ のみを考慮する解析では誤差が大きくなる場合がある。このような場合には複数の周波数でびびり振動が同時に発生することがあり、このモデル化が必要となるが、現在ではそのような解析手法も確立されている¹¹⁾。また、ボーリング加工¹²⁾や、ボールエンドミル加工¹³⁾などについても、切削プロセスのモデル化を行うことでその安定限界解析を行うことができる。また、これまでに説明したような周波数領域での定式化に基づくシミュレーション (Frequency domain simulation) 以外に、時間領域での定式化に基づくシミュレーション (Time domain simulation)¹⁴⁾も考案されており、たびたび利用されている。

以上で、旋削加工やエンドミル加工における自励びびり振動の基礎的な安定限界解析の手法とそれぞれの主な特徴について説明した。後編では、強制びびり振動の解析について紹介するとともに、自励びびり振動との関係やそれらを回避するための指針について説明する。さらに応用的な回避手法や、実際に高精度な解析を行う上で重要となる伝達関数の測定方法などについて紹介する。

参考文献

- 1) J. Tlustý : Manufacturing Process and Equipment, Prentice Hall, (1999).
- 2) Y. Altintas : Manufacturing Automation, Cambridge Univ. Press, (2002).
- 3) 星鐵太郎 : びびり現象, 工業調査会, (1977).
- 4) 社本英二, 日本機械学会講習会—生産加工基礎講座—実習で学ぼう「切削加工, びびり振動の基礎知識」テキスト, (2009).
- 5) J. Tlustý and M. Polacek : The Stability of Machine Tools against Selfexcited Vibrations in Machining, Int. Res. Prod. Eng. ASME (1963) 465.
- 6) Y. Altintas and E. Budak : Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, Annals of the CIRP, **44**, 1 (1995) 357.
- 7) E. Budak : An Analytical Design Method for Milling Cutters with Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part 1 : Theory, ASME J. Manuf. Sci. Eng., **125**, 2 (2003) 29.
- 8) 社本英二 : 3 次元切削機構に関する研究 (第 1 報), 精密工学会誌, **68**, 3 (2002) 408.
- 9) E. Budak and E. Ozlu : Analytical Modeling of Chatter Stability in Turning and Boring Operations, Annals of the CIRP, **56**, 1 (2007) 401.
- 10) Y. Altintas, E. Shamoto, P. Lee and E. Budak : Analytical Prediction of Stability Lobes in Ball End Milling, ASME J. Manuf. Sci. Eng., **121**, 1 (1999) 586.
- 11) M. Zatarain, J. Muñoa, G. Peigné and T. Insperger : Analysis of the Influence of Mill Helix Angle on Chatter Stability, Annals of the CIRP, **55**, 1 (2006) 365.
- 12) 倉田祐輔, 鈴木教和, 社本英二 : 自励型びびり振動における再生効果とモードカップリング, 2008 年度精密工学会秋季大会講演論文集, (2008) 295.
- 13) E. Ozturk, T. Tunc and E. Budak : Investigation of Lead and Tilt Angle Effects in 5-Axis Ball-End Milling Processes, Int. J. Mach. Tools Manufact., **49** (2009) 1053.
- 14) J. Tlustý and F. Ismail : Basic Non-Linearity in Machining Chatter, Annals of the CIRP, **30**, 1 (1981) 299.