



1. はじめに

前編においてびびり振動は自励型と強制型に分類できることを述べた。そして、自励びびり振動の基本的なメカニズムと特徴、解析手法について事例を交えて説明した。本稿(後編)では、もう一方の強制びびり振動について説明を行い、双方のびびり振動の相関関係について解説する。そして、びびり振動を回避するための一般的な考え方や、応用的なテクニックについて最近の研究動向を一部交えて説明する。さらに、実際にびびり振動解析を行う上で重要となる伝達関数の測定方法について解説する。

2. 強制びびり振動の基礎的な解析理論

強制びびり振動は、前編で述べたように、主に力外乱と変位外乱に起因する。変位外乱は機械の構成やその設置環境に依存するため設計や開発段階での対策を要することが多いのに対し、力外乱は加工プロセスに依存するため、現象を良く理解することで加工条件の適正化等による対策を講じることができる。ここでは、切削力外乱に起因するエンドミル加工の強制びびり振動を例にとり、基礎的な解析理論¹⁾を紹介する。そして、その解析事例を通じて一般的な特徴を解説する。

図1にエンドミルの側刃による加工プロセスと機械構造の振動モデルの模式図を示す。エンドミル加工では、図に示すように回転する切れ刃に送り運動を与えて断続的に加工を行う。この断続的なプロセスで生じる切削力外乱によって強制びびり振動が生じる。加工条件に基づいて切れ刃の幾何学的な運動や加工形状との関係を定式化することで切削力を推定することができる。切削力モデルに関して、工具のたわみや、切れ刃の偏心、刃先の寸法効果等の影響を厳密に考慮するのは難しいが、それらを見捨るとその定式化は比較的容易である。一般には、図2の模式図のように、切れ刃を軸方向に分割し、工具の幾何学的形状と運動に基づいて各微小切れ刃に生じる切削力を算出する。具体的には、図1に示すように、工具の回転と送り運動に伴い、各切れ刃での切削方向と切り取り厚さは変化する。さらに、図2に示すようにエンドミルは一般にねじれを持つため、軸方向高さが異なると切れ刃の回転位置も異なる。これらの影響を考慮して、幾何学的な関係から任意の時間における各微小切れ刃での切り取り厚さと切削方向を

求め、切削力を算出する。そして、すべての微小切れ刃について積算することでトータルの切削力を推定することができる²⁾。なお、比切削抵抗は、工具や被削材、加工条件などに依存するため、切削力測定実験などを別途行って同定する必要がある。切れ刃が等ピッチで偏心が無い理想的な条件では、図2の切削力推定例のように、切削力変動は切れ刃の通過周期に同期する。すなわち、切削力変動は切れ刃通過周波数成分とその高調波成分によって構成される周期関数となる。そして、各周波数成分の大きさや位相は刃数や加工条件、被削材の形状などに依存する。

あらかじめ機械構造の伝達関数 $[G]$ が既知であれば、上述の方法で推定した切削力によって生じる振動変位を求めることができる。過渡的な振動の影響を見捨ると、切削力外乱の任意の周波数成分 $\{F\}$ によって生じる強制びびり振動の振動成分 $\{U\}$ は、式(1)を用いて算出できる。

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

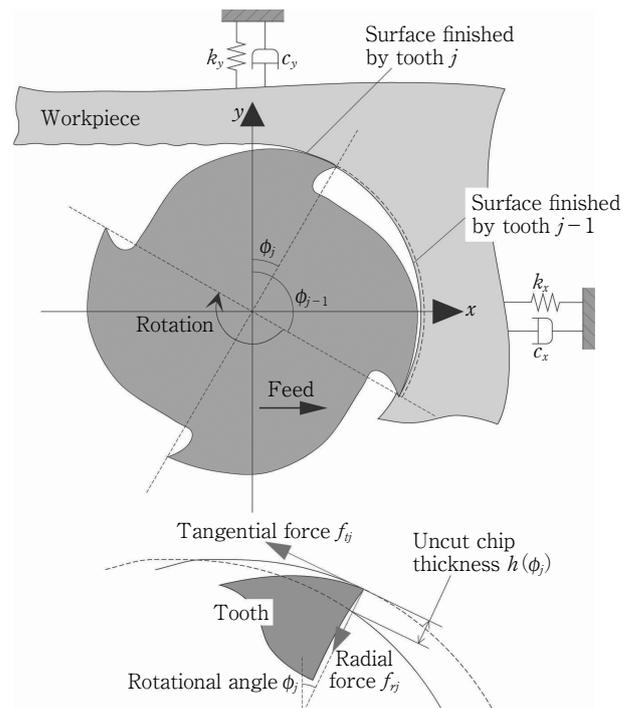


図1 エンドミル加工プロセスの模式図

表1 力外乱による強制びびり振動の一般的な対策¹⁾

<ul style="list-style-type: none"> ・主軸回転数の整数倍が機械構造の共振周波数と一致しない条件を用いる。 ・低速な主軸回転数を用いる。 ・刃数が多い工具を用いる。 ・ねじれ角が大きい工具を用いる。 ・一刃あたりの送り量を小さくする。 ・機械構造の剛性を改善して、コンプライアンスを低減する。 ・切削力変動の影響が小さくなる主軸回転数とねじれ角、軸方向切込み条件の組合せを選択する。 ・半径方向切込みをスロットティングとし、切削力変動の影響が小さくなる主軸回転数と刃数条件の組合せを選択する。
--

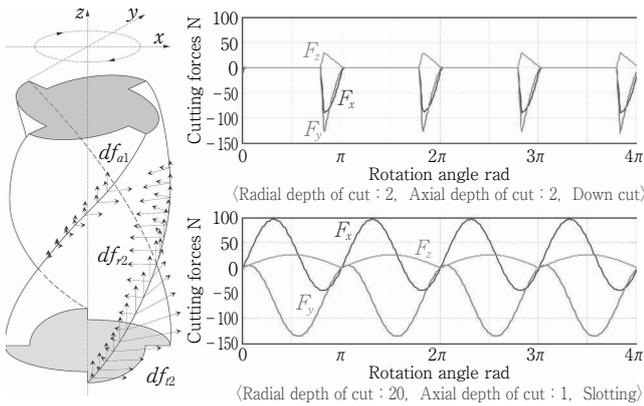


図2 エンドミル加工の切削力モデルの模式図と推定例
(工具径 $\phi 20$, ねじれ角 30° , 2枚刃, 送り 0.1 mm/tooth , 比切削抵抗 1.3 GPa , 分力比 0.4)

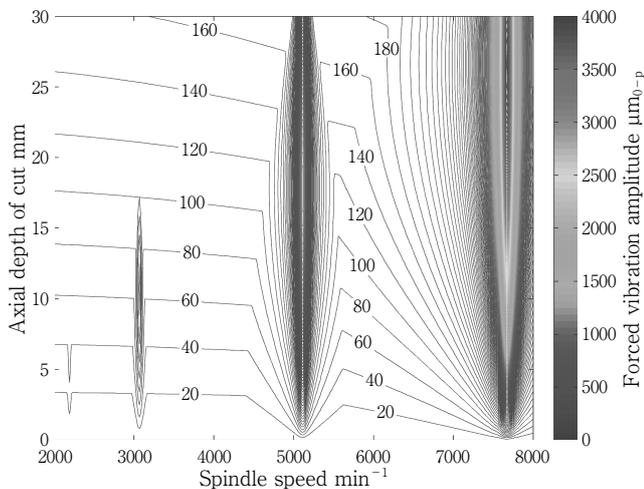


図3 主軸回転数と軸方向切込みの強制びびり振動に対する影響
(工具径 $\phi 20$, ねじれ角 30° , 1枚刃, 送り 0.1 mm/tooth , 比切削抵抗 1.3 GPa , 分力比 0.4 , 半径方向切込み 20 mm , 機械構造の共振周波数約 256 Hz)

このように、切削力と伝達関数が分かれば、任意の加工条件に対応する強制びびり振動を推定することができる。また、その振動は、切削力と同様、切れ刃通過周波数に同期する周波数成分によって構成され、振幅や位相は加工条件に一意に対応するという特徴をもつ。

上述の手法に基づいた強制びびり振動の解析事例を紹介する。ここでは、1枚刃エンドミルによるスロットティングで生じる切削力を推定し、それをフーリエ変換して得られる各周波数成分にตอบสนองする振動の中で最も応答が大きい成分の振幅を強制びびり振動の振幅とした。主軸回転数および軸方向切込みと強制びびり振動の振幅との関係を図3に示す。図から、大きな強制振動が発生しやすい特徴的な回転数領域が存在することが分かる。これらの主軸回転数は、その整数倍が機械構造の共振周波数と一致する。すなわち、切削力外乱の変動周波数（切れ刃通過周波数、もしくはその高調波）が共振周波数と一致する回転数条件で最も大きな振動が発生する。また、一般に高回転数条件ほど

その振幅は大きく、工具にねじれがある場合には、図に示されるように振動振幅が軸方向切込みに依存して増減する。これらは主に切削力変動の周波数特性に起因する特徴であり、加工条件や工具形状（ねじれや刃数等）などさまざまな要因が影響する。このように、強制びびり振動は主軸の回転数やその他の加工条件および工具形状などに極めて強く依存する。したがって、これらの条件が切削力変動に及ぼす影響や、その周波数成分と伝達特性との関係を理解することは重要であり、それらの条件を適切に選択することにより強制びびり振動を低減することもできる。

以上で述べた特徴を考慮した上でまとめた、力外乱型の強制びびり振動を回避するための一般的な方策を表1に示す。基本的には、切削力変動を低減し、さらにその機械構造の共振に対する影響が小さくなる条件を選択するのが重要である。例えば、4枚刃以上の偶数枚刃の等ピッチ工具を用いてスロットティングを行う場合、偏心がない理想的な条件では、切削力変動はゼロとなり理屈上強制びびり振動は発生しない。

3. 一般的なびびり振動の回避手法

エンドミル加工について自励型と強制型のびびり振動の解析を同時に行った結果と、同一条件での実験結果との比較を図4に示す。図の実線は自励型の安定限界切込みを示しており、破線は強制型で最大振幅が $20 \mu\text{m}$ となる条件を示している。ともに実線の上側の条件で大きなびびり振動が生じることを意味している。図中のプロットは実際の加工実験におけるびびり振動の発生の有無を示しており、振幅が $20 \mu\text{m}$ 以下であった場合を○で示している。それ以上の場合にはびびり振動が発生したとみなし、主軸回転数に同期する場合を強制びびり振動として△、同期しない場合を自励びびり振動として×で示している。図から、解析結果と実験結果は良く一致しており、精度良く解析できていることが分かる。また、主軸回転数とびびり振動周波数が同期するか否かを確認することで、びびり振動の種類を大まかに判別できることが分かる。

図から、自励びびり振動の安定ポケットでは強制びびり振動が発生しやすく、逆に強制びびり振動が発生しにくい回転数では自励びびり振動が発生しやすいことが分かる。このため、実用的には安定ポケット内の最も安定となる主

軸回転数からやらずれた条件でびびり振動を最も効率的に回避できることが多い。このように、それぞれのタイプでは相反する回転数条件でびびり振動が発生しやすい特徴があり、一方のみに注目して回転数条件を選択すると、もう一方のびびり振動が発生する可能性があるのに注意する必要がある。したがって、自励型と強制型のびびり振動を同時に回避する加工条件を検討するには、双方の解析を統合して総合的に判断するのが望ましい¹⁾。また、加工結果を考察するには、びびり振動の種類を判別することが第一に重要であり、その種類に応じて包括的な対策を繰り返すことで、試行錯誤的に最適な条件を探索することができる。

以上で述べたように安定ポケットを利用できれば、高効率な条件で加工を行うことができる。しかし、実際のプロセスでは、複数の振動モードが混在する等の理由で大きな安定ポケットが存在せずに、上述したような効率的な条件を利用できない場合も多い。そのようなときに良く講じられるびびり振動対策として、主軸回転数を下げて低切削速度条件を利用する方法がある。これは“プロセスダンピング”と呼ばれる現象を利用する方法である³⁾。一般に、回転数が小さくなると、自励びびり振動では安定ポケットが小さくなり、安定限界はほとんど最小値（無条件安定限界）と一致する。しかし、このような低回転数領域でびびり振動が発生すると、切削速度に対する振動速度の比が大きくなるため、振動が発生した際に工具の逃げ面が被削材

の表面に接触して振動を妨げる方向の力が発生する。この力の影響でびびり振動が抑制されるため、解析上は不安定であっても実際にはびびり振動が極めて生じにくくなる。この現象は経験的に良く知られており、広く利用されているが、基本的に生産性を低下させるため望ましい回避手段ではない。なお、モデル化が難しい非線形なプロセスを伴う現象ではあるが、簡易的なモデルに基づく解析手法⁴⁾⁵⁾についても検討されている。解析の事例を図5に示す。

4. 応用的な自励びびり振動の回避手法

3章で述べた一般的な方策以外に、応用的な自励びびり振動の回避手法として、主軸回転数変動を利用する方法⁶⁾や、不等ピッチ工具⁷⁾、不等リード工具⁸⁾を利用する方法などが古くから提案されている。前者は、主軸の回転数を周期変動させながら加工を行う手法である。自励びびり振動では、前編でも述べたように前刃の振動が現在の切れ刃での加工に影響する“再生効果”が不安定振動を生むメカニズムの一つとなる。主軸回転数が変動すると再生する振動の周波数や位相差が変動するため、再生効果が乱れて不安定振動に成長しにくくなり、びびり振動の安定限界が向上する効果が得られる。

一方、不等ピッチ工具を用いる場合には、切れ刃間のピッチ角が異なるため切れ刃ごとの通過周期が異なり、びびり振動に対する位相遅れも切れ刃ごとに異なるという特徴をもつ。この特徴を利用して、各切れ刃で生じる再生振動がお互いを相殺する状態となるピッチ角と主軸回転数条件の組合せを選択することにより、再生効果を打ち消すことができる⁹⁾。不等リード工具の場合には、各切れ刃ごとにねじれ角が異なるため、軸方向の切れ刃位置に依存してピッチ角が徐々に変化するが、本質的には不等ピッチ工具の場合と類似した効果が得られる。2枚刃不等ピッチ工具によるエンドミル加工の安定限界解析の事例を図6に示す。図は軸方向安定限界切込みとピッチ角および主軸回転数の関係を示している。縦軸は小さい方のピッチ角を示しており、180°は等ピッチを意味する。図から、ピッチ角と主軸回転数に依存して安定限界が大きく変化し、等ピッチの

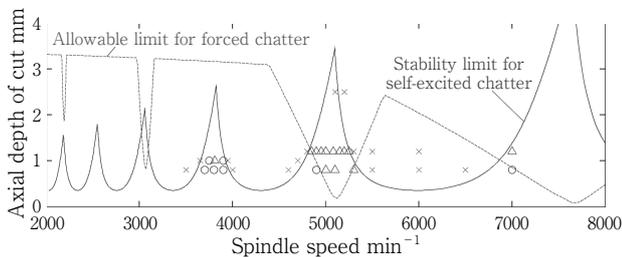


図4 自励・強制びびり振動の統合解析と実験結果の比較
(工具径 $\phi 20$, ねじれ角 30° , 1枚刃, 送り 0.1 mm/tooth , 比切削抵抗 1.3 GPa , 分力比 0.4 , 半径方向切込み 20 mm , 機械構造の共振周波数約 256 Hz)

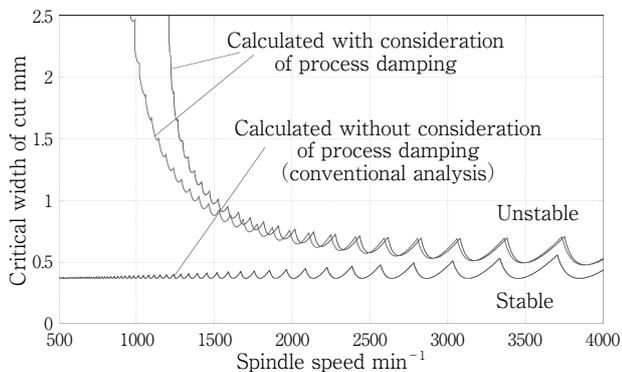


図5 突切り加工におけるプロセスダンピングの解析例⁴⁾
(比切削抵抗 1.4 GPa , プロセスダンピング係数 $C_i 0.6 \times 10^6 \text{ N/m}$, $a_i 332 \text{ N}$, 機械構造の共振周波数約 541 Hz)

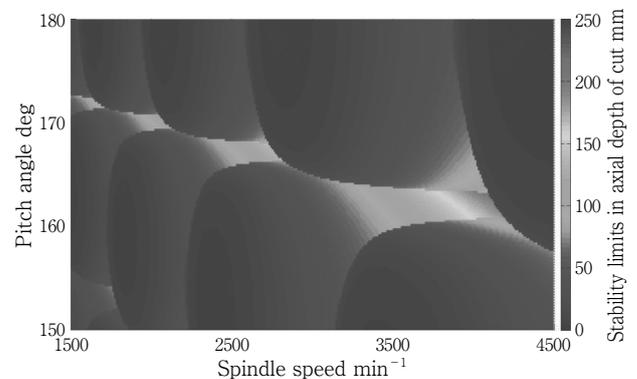


図6 自励びびり振動の安定限界に対するピッチ角の影響
(2枚刃, 工具径 $\phi 20$, 比切削抵抗 1.3 GPa , 分力比 0.4 , 半径方向切込み 2 mm , 機械構造の共振周波数約 256 Hz)

場合と比べて安定限界がさらに増大する安定なポケットが生じることがわかる。図の例では、ピッチ角 180° （等ピッチ）での最大の安定限界切込みが約 30 mm (3850 min^{-1} 付近) なのに対し、ピッチ角 163° では約 200 mm (4100 min^{-1} 付近) となる。このような特徴的な安定ポケットに対応する適切な条件を選択することで、飛躍的に安定限界を向上し得る可能性がある。

以上で述べた応用的な自励びびり振動の回避手法はすべて“再生効果”の影響を低減することに主眼を置いた手法である。このため、“モードカップリング”に対しては抑制効果がない点に注意する必要がある。かえって、モードカップリングの影響が大きいプロセスでは、これらの対策は逆効果となってしまう場合もある。

モードカップリングの影響を回避するには、複数の振動モード間の連成を防ぐ必要がある。例えば、エンドミル加工では、一般に、半径方向切込みを小さくすることにより切取り厚さ変動に影響する振動方向が限定されるためモードカップリングの影響が小さくなる。一方、機械構造を異方性として、複数存在する振動モードの共振周波数をずらすのも効果的である。これの応用的な手法として、振動特性に異方性をもたせた回転工具を利用する方法が提案されている¹⁰⁾が、この方法が有効となるプロセスは極めて限定される¹¹⁾ため、現実にはほとんど利用されていない。

また、多軸工作機械を利用して工具に傾斜姿勢を与えて加工を行うことにより自励びびり振動を回避する手法についても検討が始められている¹²⁾。繰り返して述べるが、自励びびり振動は切削プロセスと機械構造の伝達特性で形成される閉ループシステムが不安定となるときに生じる。工具の傾斜姿勢を変更すると、このループにおける切削プロセスのゲインが変化する。このゲインが最も小さくなる工具傾斜姿勢で加工を行うことにより、びびり振動の安定限界を効果的に向上することができる。

5. 伝達関数の測定・推定手法

これまでに解説してきた自励型と強制型のびびり振動に



図7 インパルス応答試験の様子

ついて、それぞれの解析を行うには機械構造の伝達関数の測定が必要となる。これには一般にインパルス応答法が利用される。インパルス応答法では、図7に示されるように、機械構造（写真ではエンドミル）に振動センサを取り付けてハンマリングを行うことが多い。このときの入力（インパルス力）と出力（写真では加速度）の周波数解析を行うことにより伝達関数を求めることができる。ほとんどのびびり振動の研究ではこの方法が用いられているが、意外にこの方法で高精度な測定を行うのは難しい。例えば、図に示すように加速度センサを被測定物に取り付けると、その重さ等の影響で伝達関数は変化する。特に、被測定物が小さいときにはこの影響が大きいだけでなく、正確に加振することさえも難しい。また、例えば、主軸に取り付けた工具や被削材のように被測定物が加工中に回転する場合、回転中と静止時では伝達特性が異なることがある¹³⁾。これらの影響で伝達関数を正確に計測できないと、これに基づくびびり振動の解析結果にも誤差が生じる。例えば、共振周波数が実際とずれてしまうと、自励びびり振動の安定ポケットの生じる主軸回転数もずれるので注意する必要がある。

これに対して、インパルス応答法を用いずにびびり振動の逆解析を利用して伝達関数を同定する手法も考案されている¹⁴⁾。この方法では、加工実験で測定されたびびり振動の実験結果を利用して伝達関数を同定する。このため、高速回転中の機械構造や小径工具、複雑微細形状の工作物等の評価に対しても適用できるという優れた特徴をもつ。

6. おわりに

びびり振動の発生メカニズムや、その発生条件とプロセス条件との関係は複雑であり、最適な対策の検討は極めて難しい。このため、実際の生産現場では経験的な対策のみが検討されることが多く、解析や応用的な手法が実用的に利用されるケースは少ない。しかし、解析技術の進歩によって、現在ではさまざまなプロセスに対してびびり振動解析が可能であり、それらの特徴についても徐々に明らかにされている。同時に、その解析精度は不十分である場合が多いが、それらの問題点をよく理解した上で解析的なアプローチを適切に利用することで、システムティックに対策を講じることがもできる。このため、びびり振動の問題を実用的に改善し得るプロセスは潜在的に多いと思われる。しかし、これにはこの分野の研究の発展と、生産技術にかかわるエンジニアのさらなる深い理解が必要不可欠である。今後、びびり振動の研究が発展して応用技術の実用化が進み、切削加工技術の発展に貢献することを期待したい。

参考文献

- 1) 鈴木教和, 井加田勲, 樋野励, 社本英二: 強制・自励型びびり振動を回避するエンドミル加工条件の統合的検討, 精密工学会誌, **75**, 7 (2009) 908.
- 2) E.J.A. Armarego and R.C. Whitfield: Computer Based Modelling of Popular Machining Operations for Force and Power Prediction.

- Annals of the CIRP, **34**, 1 (1985) 65.
- 3) Y. Altintas and M. Weck : Chatter Stability in Metal Cutting and Grinding, Annals of the CIRP, **53**, 2 (2004) 619.
 - 4) Y. Altintas, M. Eynian and H. Onozuka : Identification of Dynamic Cutting Force Coefficients and Chatter Stability with Process Damping, Annals of the CIRP, **57**, 1 (2008) 371.
 - 5) E. Budak and L.T. Tunc : A New Method for Identification and Modeling of Process Damping in Machining, Transactions of the ASME Journal of Manufacturing Science and Technology, **131** (2009) 051019.
 - 6) S. Jayaram, S.G. Kapoor and R.E. DeVor : Analytical Stability Analysis of Variable Spindle Speed Machining, Transactions of the ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, **122**, 1 (2000) 391.
 - 7) J. Slavicek : The Effect of Irregular Tooth Pitch on Stability of Milling, Proceedings of the 6th MTDR Conference, Pergamon Press, London, (1965) 15.
 - 8) J. Tlustý, F. Ismael, et al. : Use of Special Milling Cutters against Chatter, in : NAMRC 11 University of Wisconsin—Madison, SME, (1983) 408.
 - 9) 社本英二, 影山和宏, 森脇俊道 : 不等ピッチエンドミルによる再生型びびり振動の抑制—解析モデルの構築とピッチ角の最適化, 日本機械学会関西支部講演会講演論文集, 024-1, (2002) 3-5.
 - 10) F. Ismal and A. Bastami : Improving Stability of Slender End Mills against Chatter, Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry, **108**, 1 (1986) 264.
 - 11) Y. Kurata, N. Suzuki, R. Hino and E. Shamoto : Chatter Suppression in Milling with Anisotropic Tools, Proceedings of the 2009 International Symposium on MHS, (2009) 547.
 - 12) 赤澤浩一, 社本英二 : 低剛性工作物のボールエンドミル加工における再生型びびり振動に関する研究, 精密工学会誌, **75**, 8 (2009) 984.
 - 13) E. Abele and U. Fiedler : Creating Stability Lobe Diagrams during Milling, Annals of the CIRP, **53**, 1 (2004) 309.
 - 14) N. Suzuki, Y. Kurata, R. Hino and E. Shamoto : Identification of Transfer Function of Mechanical Structure by Inverse Analysis of Regenerative Chatter Vibration in End Milling, Proceedings of the 3rd International CIRP High Performance Cutting Conference, (2008) 455.